

2011 január 27 (A)

Név..... Kód.....

1. Hányféleképpen lehet egy lottószelvényt úgy kitölteni, hogy a megjelölt számok között van öttel osztható szám? (szokásos módon az első 90 természetes számból 5-öt jelölünk meg)

2. Oldjuk meg az alábbi egyenletet a komplex számok körében

$$z^7 + (2\sqrt{3} + 2i)z = 0.$$

3. Határozzuk meg az  $x^5 + x + 2$  és az  $x^4 + x$  polinomok legnagyobb közös osztóját.

4. Irreducibilis-e a  $\frac{3}{7}x^5 + \frac{8}{11}x^4 + \frac{6}{7}x^2 - \frac{6}{35}$  polinom  $\mathbb{Q}[x]$ -ben?

Irreducibilis-e ugyanez a polinom  $\mathbb{R}[x]$ -ben?

5. Adjuk meg a  $\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  permutációra a  $\gamma^{10}$  hatvány permutáció inverzióit. Adjuk meg  $\gamma^{10}$ -nek transzpozíciók szorzataként való előállítását.

6. Legyen  $(G, \circ, e)$  egy páratlan elemszámú véges csoport.

Igazoljuk, hogy egy  $g \in G$  elemen az  $\alpha(g) = g^2$  módon értelmezett  $G$ -ből  $G$ -be irányuló  $\alpha : G \rightarrow G$  függvény a  $G$  halmaznak egy permutációja.

Igazoljuk, hogy tetszőleges  $g \in G$  elemhez létezik olyan  $h \in G$  elem, amelyre  $g = h^2$  (azaz, hogy  $G$  minden eleméből négyzetgyök vonható).

**Elméleti kérdések**

- E1) Adjuk meg a teljes indukciós bizonyítás lépéseit.  
E2) Polinomok maradékos osztása.  
E3) Mit nevezünk egy permutáció inverziójának?  
E4) A csoport definíciója.

Osztályzat:

3 feladat+2 elmélet=2-es

4 feladat+2 elmélet=3-as

5 feladat+2 elmélet=4-es

6 feladat+2 elmélet=5-ös